



Modelado fractal de la distribución del tamaño de dolinas en el macizo kárstico de la Sierra de las Nieves (Málaga, España)

*Fractal modelling of doline size distribution
in the Sierra de las Nieves karst massif (Málaga, Spain)*

Pardo-Igúzquiza, E.⁽¹⁾; Durán, J.J.⁽¹⁾ y Robledo-Ardila P.A.⁽²⁾

(1) Instituto Geológico y Minero de España (IGME), Ríos Rosas 23, 28003 Madrid e.pardo@igme.es ; jj.duran@igme.es

(2) Unidad del IGME en Palma de Mallorca. Ciudad de Queretaro s/n, 07007 Palma de Mallorca pa.robledo@igme.es

Resumen

El estudio de la distribución espacial de dolinas en terrenos kársticos puede proporcionar una información muy valiosa acerca de la geomorfología e hidrogeología del macizo kárstico, además de posibles controles tectónicos. En este trabajo se ha analizado la distribución del tamaño de dolinas en el macizo kárstico de la Sierra de las Nieves en la provincia de Málaga (España). Es este un karst mediterráneo de relieve alto, caracterizado por una elevada precipitación y que forma un importante acuífero kárstico donde las dolinas actúan de colectores de recarga concentrada y muestran un marcado control estructural, habiéndose desarrollado a lo largo de las direcciones preferentes de fracturación. Las dolinas aparecen en grupos, pudiéndose distinguir tres grupos principales relacionados con el funcionamiento hidrogeológico del macizo; aunque, atendiendo al control tectónico, se pueden diferenciar dos familias de dolinas en función de su localización geográfica. La distribución estadística de los tamaños de todo el conjunto de dolinas sigue una ley potencial que indica un comportamiento fractal y se ha especulado con los motivos para tal comportamiento. Asimismo se propone el vuelo de Lévy como modelo estocástico para la distribución espacial y tamaño de las depresiones. Esta información puede ser de gran utilidad para mejorar el conocimiento geomorfológico y evolutivo del macizo kárstico.

Palabras clave: geomorfometría; depresiones kársticas; ley potencial; vuelo de Lévy; fractales.

Abstract

The study of the spatial distribution of dolines in karst terrains can provide valuable information about the geomorphology and hydrogeology of karstic massifs, in addition to possible tectonic controls. This paper has analyzed the size distribution of dolines in the karstic massif of the Sierra de las Nieves in the province



of Malaga (Spain). This is a Mediterranean high relief karst, characterized by high precipitation and forms an important karstic aquifer where dolines act as recharge and concentrated collectors and show a marked structural control, having developed along the preferred directions of fracturing. Dolines appear in groups, being able to distinguish three main groups related to the hydrogeological functioning of the massif; although, considering the tectonic control, we can distinguish two families of dolines depending on their geographical location. The statistical distribution of sizes of the whole dolines follows a power law indicating a fractal behavior and it has been speculated a reason for such behavior. Lévy flight as stochastic model for the spatial distribution and size of the depressions is also proposed. This information can be useful to improve the geomorphological and evolutionary knowledge of a karstic massif.

Key words: geomorphometry; karst depressions; power law; Lévy flight; fractals.

1. Introducción

Es ampliamente reconocido que el estudio geomorfométrico y cuantitativo de los terrenos kársticos ha revelado nuevas características de los mismos y ha estimulado el planteamiento de nuevas hipótesis de trabajo (Ford y Williams, 2007). Entre los parámetros geomorfométricos está el carácter fractal de muchas características geológicas en general y del karst en particular (Mandelbrot, 1982). La rugosidad del relieve, la fracturación, la red de conductos kársticos son ejemplos típicos de fractales en el karst (Pardo-Igúzquiza *et al.*, 2011). En íntima relación con el carácter fractal de muchas geomorfologías kársticas está la distribución de sus tamaños (longitudes, anchuras, áreas, volúmenes) de acuerdo a una ley potencial. Así se ha demostrado para el volumen de conductos kársticos como ejemplo en el karst (Pardo-Igúzquiza *et al.*, 2014a) o para tamaños de lagos (Seekell *et al.*, 2013) como ejemplo no kárstico. Por otra parte, es generalmente aceptado que las depresiones kársticas (dolinas, uvalas, pequeños poljes) son el elemento más característico e identificativo del paisaje kárstico a una escala métrica, del metro a unos cientos de metros (Sauro, 2003; Ford y Williams, 2007). Las dolinas tienen una gran importancia en el estudio y conocimiento de los terrenos kársticos por motivos muy diversos. Las dolinas se han utilizado como un indicador de actividad tectónica (Faivre y Reiffsteck, 1999) y para la reconstrucción de la evolución del relieve kárstico (Ballut y Faivre, 2012). Asimismo las

dolinas son trampas de sedimento y por consiguiente archivos paleoclimáticos muy valiosos, además de tener un importante papel en la recarga y en el funcionamiento hidrogeológico de los acuíferos kársticos. El objetivo de este trabajo es el estudio de la distribución de tamaños de dolinas en un macizo kárstico, así como de su patrón estadístico de localización espacial. Se aplica la metodología al macizo kárstico de la Sierra de las Nieves en la provincia de Málaga.

2. Metodología

2.1. Identificación y delimitación de dolinas

El método más exacto para la cartografía de dolinas es, qué duda cabe, el trabajo de campo. Sin embargo el método no es eficiente cuando el área a investigar es muy grande, o hay zonas inaccesibles o cubiertas de vegetación. Las fotografías aéreas para visión estereoscópica y los mapas topográficos permiten incrementar la eficiencia de la cartografía de depresiones kársticas pero tienen importantes limitaciones en cuanto al tamaño de las dolinas que son identificables. La situación ha cambiado en las últimas décadas con la introducción de los modelos digitales de elevaciones (Felicísimo Pérez, 1994). Los modelos digitales de elevaciones (MDE) son un modelo digital de la topografía en forma de una matriz de datos (formato *raster*), donde a cada celda o píxel se le asigna la altitud media del terreno dentro del píxel. Las dimensiones del

píxel en unidades reales del terreno es lo que se conoce como resolución espacial del MDE. El Instituto Geográfico Nacional (www.ign.es) proporciona gratuitamente el MDE de España con una resolución espacial de 5 m, que es la resolución utilizada en este trabajo. Esto es, cada píxel representa la altitud media del terreno en un área cuadrada de 5 m x 5 m. En la actualidad, la adquisición de datos Lidar o MDE por restitución fotogramétrica a partir de imágenes estereoscópicas tomadas por drones permiten la generación de MDE de mejor resolución, por ejemplo píxeles de 1 m x 1 m, pero estos MDE sólo están disponibles para áreas muy concretas donde se ha realizado dicha toma de datos en base a un proyecto de investigación o ingenieril.

El MDE está especialmente indicado para el análisis cuantitativo mediante algoritmos de procesamiento numérico. En particular se han diseñado muchos procedimientos para la eliminación de depresiones en los MDE para facilitar los procedimientos para el análisis hidrológico (delimitación de cuencas vertientes, red de drenaje, etc.). Uno de los más importantes de estos algoritmos es el propuesto por Jenson y Domingue (1988) y que fue utilizado como fundamento del método propuesto por Pardo-Igúzquiza et al. (2013) para la identificación y delineación de depresiones geológicas (dolinias, cráteres, etc.). Este ha sido el método utilizado en este trabajo para delimitar las dolinas ya que es una técnica cuyos resultados se han validado en campo para asegurarse de la bondad del procedimiento, esto es, que las depresiones que detecta son reales y que no deja depresiones del terreno sin identificar. El procedimiento ha consistido en utilizar los programas FORTRAN descritos en Jenson y Domingue (1988) y proporcionados por el U.S. Geological Survey's EROS Data Center. Estos algoritmos se basan en la eliminación de depresiones de un MDE en formato ráster mediante el uso no sólo de técnicas que utilizan el concepto de vecindad, sino que se implementan procedimientos espaciales iterativos que se pueden visualizar como técnicas de regiones dinámicas (*region-growing procedures*). Las depresiones se de-

terminan por algebra de mapas mediante la diferencia del MDE original y el MDE donde se han rellenado las depresiones. En el mapa de depresiones delineadas, cada píxel tiene un valor de cero cuando no pertenece a una depresión, o un valor negativo que indica la profundidad relativa de la depresión con respecto a su borde. Estos procedimientos se han efectuado con el formato ráster de IDRISI y se han visualizado en dicho sistema de información geográfica. Seguidamente se identifican el conjunto de píxeles que corresponden a cada dolina y se calcula su área, con lo que se dispone de la información experimental.

2.2. Análisis fractal del tamaño de dolinas

Muchas variables naturales, como el área de incendios forestales o la intensidad de terremotos, siguen una ley potencial (Clauzet *et al.*, 2009). También se ha mostrado la distribución fractal de la distribución del tamaño de lagos (Seekell *et al.*, 2013). Con respecto a las dolinas, la hipótesis clásica ha sido que la distribución de dolinas (representada por su centroide por ejemplo) sigue una distribución de Poisson y que la distribución del tamaño de dolinas es lognormal (Gao et al. 2005; Telbisz *et al.* 2009, 2011; Victorov, 2016). Sin embargo, la ley potencial se ha considerado como alternativa lógica de la ley lognormal, ya que modelos generadores básicos producen ambas distribuciones (Mitzenmacher, 2004). Es muy fácil el comprobar que la distribución del tamaño de dolinas no es lognormal, para lo cual basta con mostrar que la ley normal o gaussiana no es un buen modelo para el logaritmo del tamaño de dolinas. En efecto puede mostrarse que o bien hay más depresiones de gran tamaño que las predichas por una ley gaussiana o bien hay más depresiones de pequeño tamaño que las predichas por la ley gaussiana. La distribución fractal está directamente relacionada con la invarianza de escala. Una vez identificadas y delineadas las dolinas en la zona de estudio se calcula su superficie $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, donde n es el número de dolinas cartografiadas.

Estos valores de superficie son los puntos experimentales sobre los cuales se establece la hipótesis de invarianza de escala. Esta hipótesis implica que la superficie acumulada (S) de las dolinas con superficie de dolinas individuales mayor a s sigue una ley potencial de la forma:

$$S(s) = k_1 s^{-D_1} \quad (1)$$

donde D_1 es la dimensión fractal y k_1 es una constante empírica. Si la distribución es invariante a la escala, aparecerá como una línea recta en un gráfico con escala logarítmica en abscisas y ordenadas, ya que tomando logaritmo natural (\ln) en ambos lados de la Ecuación (1) se obtiene:

$$\ln S(s) = \ln k_1 - D_1 \ln s, \quad (2)$$

La Ecuación (2) es la ecuación de una línea recta de pendiente $-D_1$. Otra posibilidad es utilizar el hecho de que el número de dolinas (N) con superficie de dolinas individuales mayor a s sigue una ley potencial de la forma:

$$N(s) = k_2 s^{-D_2} \quad (3)$$

Si en la Ecuación (3) se dividen ambos términos por el número total de dolinas, se obtiene una estimación de la probabilidad de que el tamaño de una dolina individual sea mayor a s :

$$P(s) = P[S > s] = k_3 s^{-D_2} \quad (4)$$

donde $P[A]$ es la probabilidad del suceso A .

Los resultados de aplicar la anterior metodología al área de estudio se muestran en la siguiente sección.

3. Análisis fractal de dolinas en la Sierra de las Nieves

3.1. Área de estudio

El área de estudio es el macizo kárstico de la Sierra de las Nieves en la provincia de Málaga (Figura 1). Dicho macizo kárstico está formado por una sucesión de rocas carbonatadas: mármoles y dolomías triásicas, calizas jurá-

sicas y brecha carbonática terciaria (Liñán-Baena, 2005). La dolomía y la caliza tienen la estructura de un sinclinal tumbado con vergencia hacia el NW y la brecha se dispone discordante sobre la estructura anterior (Pedrera *et al.*, 2015). La arquitectura básica del modelo conceptual del acuífero kárstico de la Sierra de las Nieves consiste en dos bloques tectónicos, uno levantado con respecto al otro (Figura 2). El bloque levantado está caracterizado por un gran número de simas y por el desarrollo de grandes cuevas en modo de una red de conductos kársticos bien desarrollado, con una longitud de conductos explorado hasta la actualidad de 30 km. Por otra parte, el bloque hundido está caracterizado por una abundancia de depresiones kársticas. En este sentido, las dolinas se pueden considerar pertenecientes a dos familias diferentes de acuerdo a en cuál de los dos bloques estén localizadas. Las dolinas del bloque hundido se caracterizan por su mayor desarrollo, con un relleno que alcanza en ocasiones los 30 m de profundidad como es el caso de la dolina del Águila (Figura 3A) tal y como se ha podido mostrar por una campaña de tomografía eléctrica (Figura 3B). Este bloque es una zona relativamente llana correspondiente a un polje relicto que ha sido desmantelado por la incisión fluvial exacerbada por la tectónica y la captura de áreas endorreicas importantes (Pardo-Igúzquiza *et al.*, 2014b). Por el contrario las dolinas del bloque levantado se caracterizan por sus menores dimensiones y especialmente el menor desarrollo de sus rellenos detríticos (Figuras 4A y 4B). Estas dolinas en el bloque tectónicamente levantado tienen un menor desarrollo por la mayor denudación del macizo en este sector debido precisamente a dicho levantamiento tectónico. Para el censo de dolinas kársticas, además de trabajo de campo, se ha utilizado la metodología descrita anteriormente aplicada al MDE con una resolución de 5 m (tamaño de píxel de 5 m x 5 m) proporcionado por el Instituto Geográfico Nacional. Con este procedimiento se han detectado y delineado 324 dolinas con un tamaño superior a 250 m² y que se muestran en la Figura 5. El límite de 250 m² se aplicó para eliminar los cauces encajados de la red de

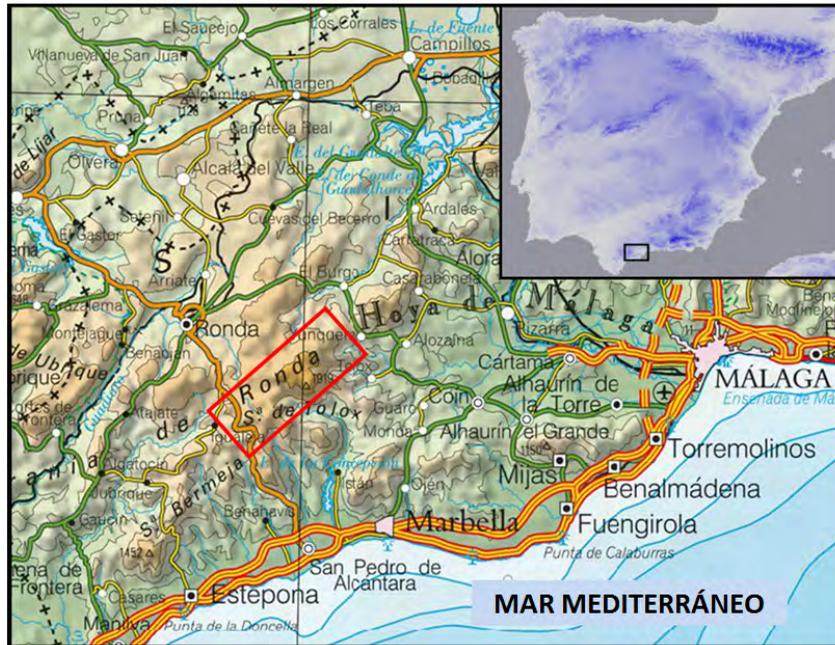


Figura 1. El área de estudio es el macizo kárstico de la Sierra de las Nieves (cuadrado rojo) en la provincia de Málaga en el sur de España.

Figure 1. Study area (red square) in the Sierra de las Nieves (province of Málaga, Southern Spain).

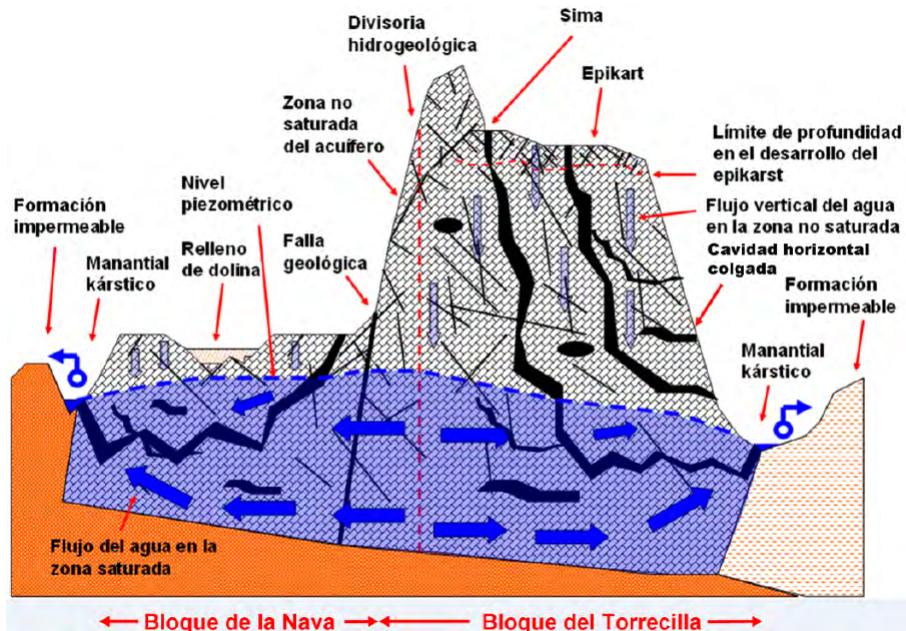


Figura 2. Modelo conceptual del acuífero kárstico de la Sierra de las Nieves. Este modelo presenta dos cuencas hidrogeológicas en el macizo kárstico aunque en realidad el acuífero kárstico de la Sierra de las Nieves tiene tres cuencas hidrogeológicas principales. Modelo formulado por los autores de este trabajo dentro del proyecto KARSTINV.

Figure 2. Conceptual model of the Sierra de las Nieves karst aquifer. This model has two groundwater basins in the karstic massif although in reality the karstic aquifer of the Sierra de las Nieves has three main hydrogeological basins. Model developed by the authors of this work within the KARSTINV project.

drenaje que puede aparecer como depresiones. El citado procedimiento proporciona una cartografía de alta resolución de la batimetría de las dolinas como las que se muestran en la Figura 6, donde se ha representado la profundidad de las dolinas con respecto al borde de la depresión. Asimismo, puede verse el fuer-

te control estructural reflejado en cómo las dolinas se han desarrollado en la intersección de fracturas, de modo que las dolinas tienen una forma alargada a lo largo de las principales direcciones de la fracturación regional (Pardo-Igúzquiza et al., 2013; Pardo-Igúzquiza et al., 2014b).

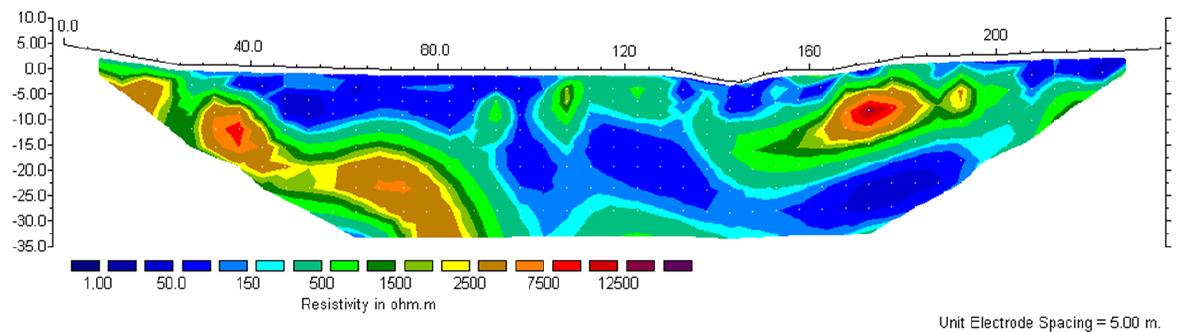
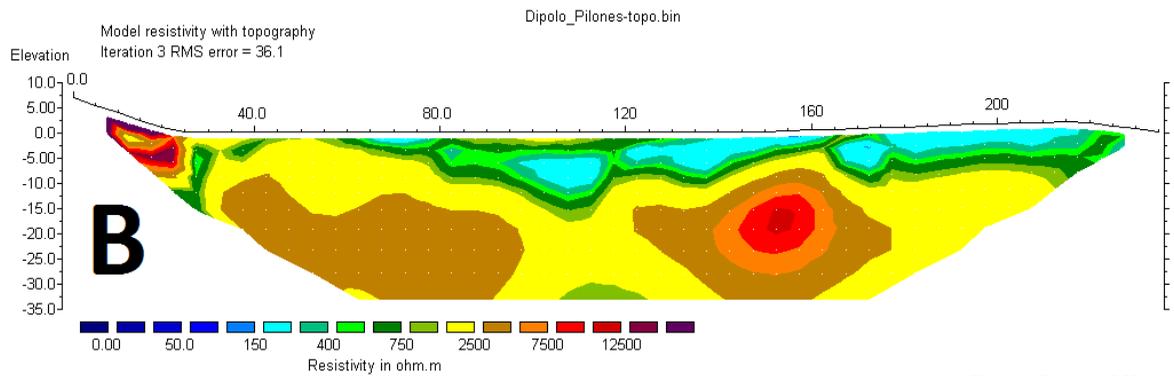


Figura 3. A: Vista de una parte de la dolina del Águila en el bloque hundido. B: Tomografía de resistividad eléctrica de la dolina del Águila.

Figure 3. A: View of a part of the Aguilá doline in the sunken block. B: Resistive tomography of the Aguilá doline.



Horizontal scale is 20.27 pixels per unit spacing
Vertical exaggeration in model section display = 1.09
First electrode is located at 0.0 m.
Last electrode is located at 235.0 m.

Unit Electrode Spacing = 5.00 m.

Figura 4. A: Dolina típica del bloque elevado tectónicamente. B: Tomografía de resistividad eléctrica de una dolina en el bloque levantado.

Figure 4. A: Typical doline of the uplifted block. B: Resistive tomography of a typical doline in the uplifted block.

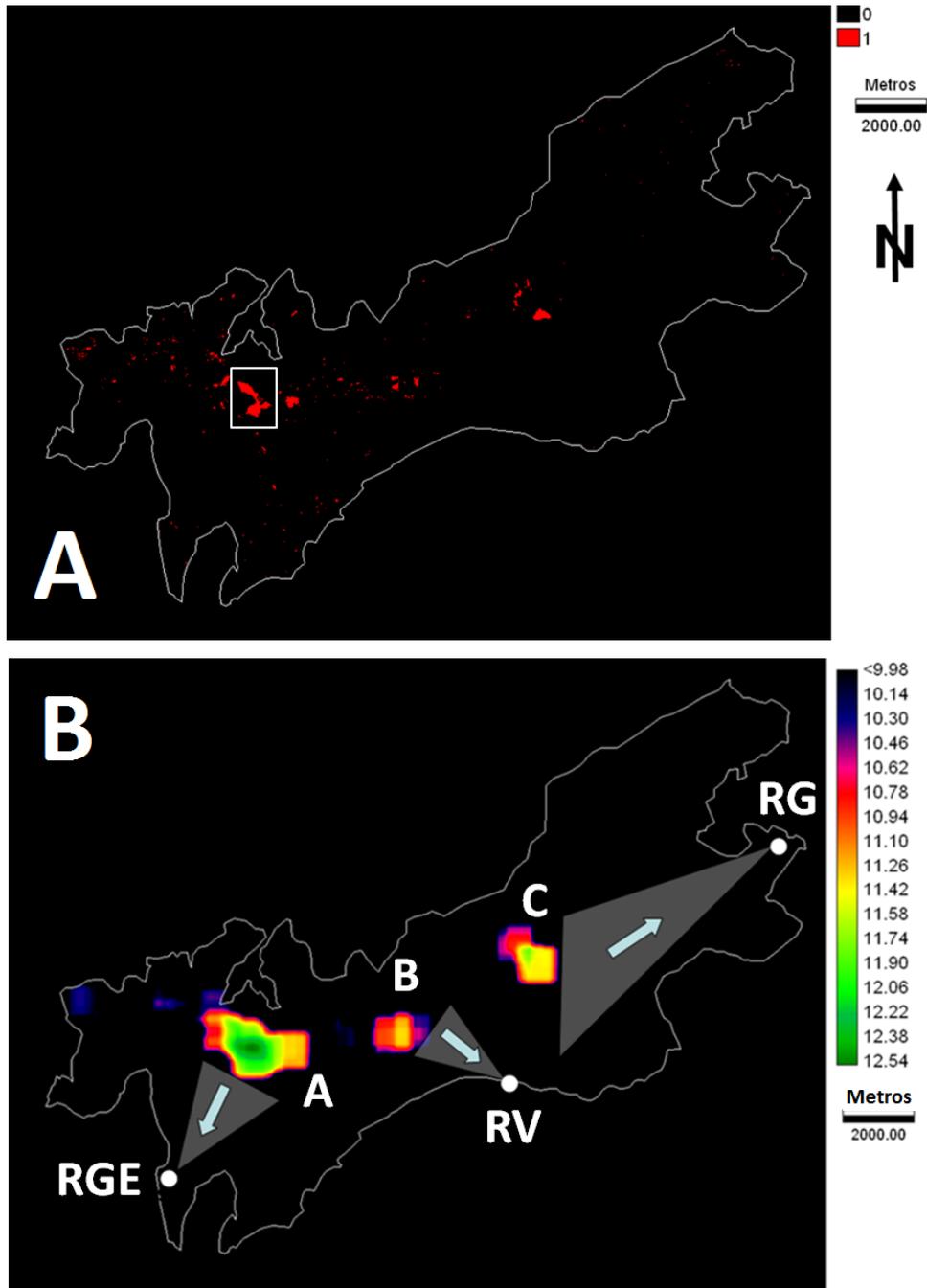


Figura 5. A: Dolinas (color rojo) detectadas en la Sierra de las Nieves y que corresponden al 5% de la superficie del acuífero. B: Áreas con una densidad de dolinas mayor que un determinado valor umbral. Dichas áreas son zonas de recarga de los tres manantiales principales del acuífero kárstico: río Grande (RG), río Verde (RV) y río Genal (RGE). El cuadrado blanco se muestra en detalle en la Figura 6. Este modelo de densidad de dolinas se calcula a partir de las 324 dolinas representadas en la figura A.

Figure 5. Map of detected dolines (red) in the Sierra de las Nieves. They cover 5% of the area of the aquifer. B: Areas with a density greater than a certain threshold value. These areas are recharge areas of the three main springs of the karst aquifer: river Grande (RG), river Verde (RV) and river Genal (RGE). The white square is shown in detail in Figure 6. This model of doline density is calculated from the 324 dolines shown in Figure A.

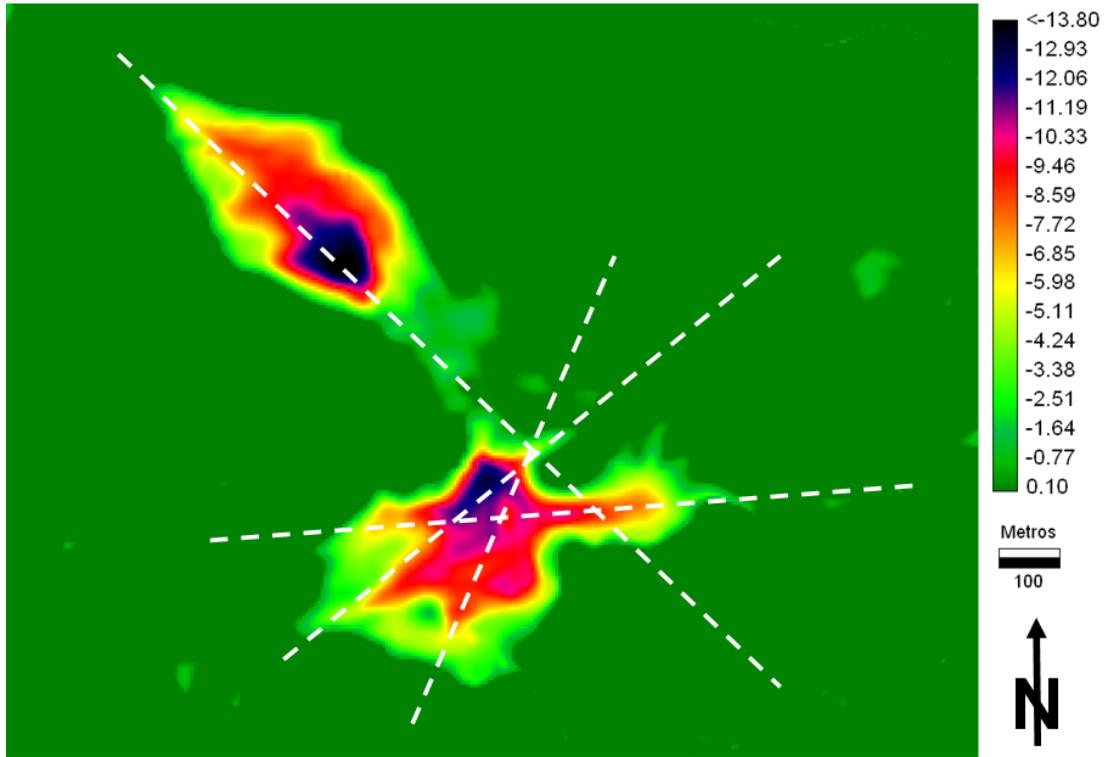


Figura 6. Ejemplo de delineación automática de dolinas con indicación de profundidad de las mismas. Este es el área mostrada en el recuadro blanco de la Figura 5. Las líneas discontinuas blancas marcan algunas de las direcciones principales de desarrollo de las dolinas. Dichas direcciones son coincidentes con las direcciones principales de fracturación regional.

Figure 6. Example of automatic delineation of dolines with indication of their depth. This is the area shown in the white box in Figure 5. The white dotted lines mark some of the main directions of development of dolines. Such addresses are coincident with the main directions of regional fracturing.

3.2. Resultados del estudio geomorfométrico del análisis fractal.

El histograma del tamaño de las dolinas (área en metros cuadrados) se muestra en la Figura 7. Se puede observar como el histograma refleja una clara asimetría de la distribución con una larga cola a la derecha. El tamaño medio es de 2913 m² mientras que la mediana de tamaños tiene un valor de 625 m². Para una distribución tan asimétrica como la mostrada en la Figura 7 la mediana es un valor más representativo del tamaño típico de una dolina en la Sierra de las Nieves. El valor de la mediana significa que el 50% de las dolinas tienen una superficie menor a 625 m² y el otro 50% tienen una superficie mayor a dicho valor. Para mostrar si la distribución de doli-

nas sigue un comportamiento fractal se ha ajustado un modelo potencial descrito por la Ecuación (4), se ha representado en la Figura 8 la probabilidad de que el área de una dolina supere un determinado valor. Se observa que se puede ajustar una línea recta a los valores experimentales en un gráfico de escala logarítmica en ambos ejes, lo que significa el comportamiento fractal de la distribución de tamaños. Las implicaciones de este resultado se discuten a continuación.

Una pregunta que surge inmediatamente a la vista de los resultados es ¿qué significado tiene el que los tamaños de dolinas siguen una ley potencial y por consiguiente tienen un carácter fractal? Para una mejor respuesta a esta pregunta se han generado

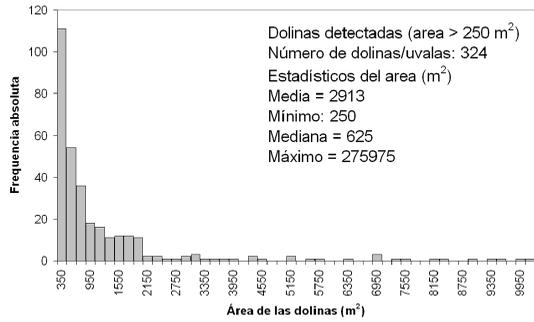


Figura 7. Histograma de la superficie de dolinas en la Sierra de las Nieves.

Figure 7. Histogram of the area of dolines in Sierra de las Nieves.

dos distribuciones extremas de tamaño de dolinas con un número de dolinas igual a las identificadas en la Sierra de las Nieves y limitando los tamaños al intervalo observado en la Sierra de las Nieves, esto es, valores comprendidos entre el máximo y el mínimo mostrados en la Figura 7. La primera distribución corresponde a considerar que los tamaños se distribuyen uniformemente entre el máximo y el mínimo y la segunda distribución corresponde a generar los valores de modo aleatorio entre el máximo y el mínimo. El gráfico doble logarítmico igual al empleado para los valores experimentales de la Sierra de las Nieves en la Figura 8, se ha representado en la Figura 9A y 9B para los valores simulados de tamaños siguiendo la distribución uniforme y aleatoria de tamaños respectivamente. Está claro que no se obtienen resultados comparables con el gráfico de la Figura 8, indicando que la distribución fractal no corresponde ni a un aspecto perfectamente ordenado ni a un carácter totalmente aleatorio sino a una distribución a la que tienden muchos procesos naturales. De este modo, el carácter fractal de la naturaleza se considera como una universalidad, esto es, un carácter de comportamiento a modo de ley de la naturaleza, del mismo modo que las conocidas leyes físicas describen las interacciones de los constituyentes materiales de la naturaleza. En este mismo sentido, se propone en este trabajo el proceso estocástico conocido como vuelo de Lévy para modelar la distribución espacial de tamaños de doli-

nas. El proceso de Lévy es un proceso similar al de caminata aleatoria donde una partícula salta de una posición a otra con un vector de desplazamiento con orientación aleatoria uniforme. Sin embargo, mientras en la caminata aleatoria la magnitud del vector desplazamiento es unitaria, la magnitud en el proceso de Lévy es una variable aleatoria que sigue una ley potencial. La Figura 10 muestra un sector de las dolinas en la Sierra de las Nieves (Figura 10A) y resultados parecidos obtenidos mediante la simulación de un proceso estocástico de un vuelo de Lévy (Figura 10B). La figura 10B se ha obtenido utilizando el mismo modelo ráster que el MDE original y donde comenzando en un píxel elegido al azar y asignado como dolina, los siguientes píxeles asignados como dolinas se generan aleatoriamente como un proceso de Lévy descrito con anterioridad. Este es un área de la geomorfología cuantitativa en el que se está comenzando a investigar y cuya utilidad puede no ser ahora evidente lo mismo que ocurre al comienzo de líneas novedosas de investigación. No obstante, una aplicación de la ley potencial ajustada al tamaño de dolinas puede ser la extrapolación fractal tal y como se ha aplicado para inferir la superficie cubierta por lagos de pequeño tamaño (Seekell *et al.*, 2013) o el volumen de conductos kársticos con un diámetro menor al que permite la exploración espeleológica (Pardo-Igúzquiza *et al.*, 2014a).

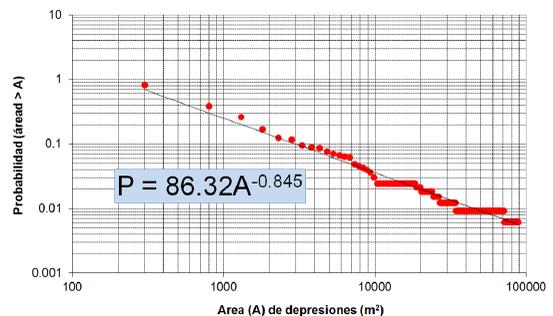


Figura 8. Representación del área de dolinas en un gráfico doble logarítmico donde se muestra como la distribución de tamaños sigue una ley potencial.

Figure 8. Log-log graph of the distribution of sizes of dolines showing that they follow a power law.

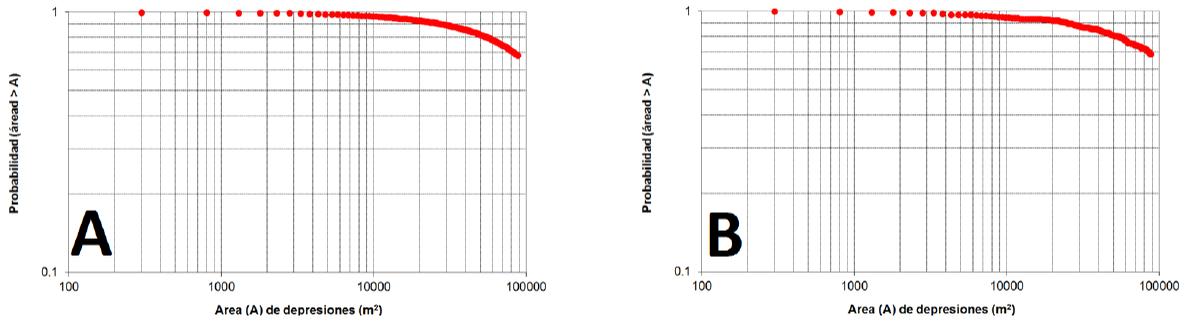


Figura 9. Representación del área de dolinas en un gráfico doble logarítmico si la distribución de tamaños siguiese una distribución uniforme (A) o completamente aleatoria (B).

Figure 9. Log-log graph of the distribution of sizes of dolines with sizes chosen uniformly (A) or randomly (B).

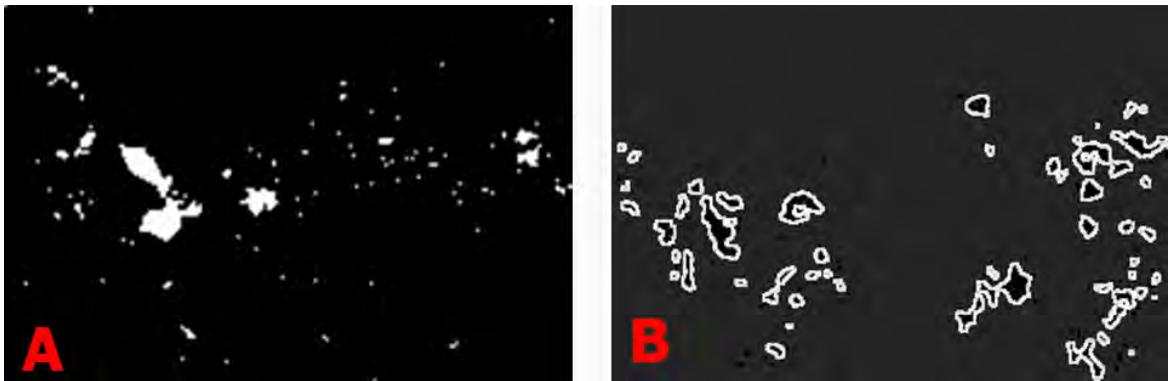


Figura 10. A: Dolinas en Sierra de las Nieves. B: Resultado de la simulación de un vuelo de Lévy.

Figure 10. A: Dolines in Sierra de las Nieves. B: Results from the simulation of a Lévy flight.

4. Conclusiones

El karst es un sistema altamente complejo y heterogéneo, pero no caótico sino que presenta una importante organización y jerarquización. Dentro de este contexto, este trabajo muestra como la distribución de tamaños de dolinas en la Sierra de las Nieves sigue una ley potencial y por consiguiente muestra un carácter fractal. Las dolinas de la Sierra de las Nieves tienen un fuerte control tectónico de modo que se desarrollan en la intersección de las fracturas importantes y con un desarrollo asimétrico, con elongaciones a lo largo de dichas direcciones preferentes. Las fallas y fracturas así como cualquier aspecto relacionado con las mismas (longitud, apertura, frecuencia) tienen un carácter fractal característico (Pickering *et al.*, 1999) que es el rasgo sub-

yacente que puede inducir el carácter fractal del tamaño de dolinas. Este hecho fue conjeturado, con carácter general, por Mandelbrot (1982). Es posible que la distribución fractal o no fractal de dolinas sirva para comparar diferentes sistemas kársticos e informe de su génesis y evolución. Se ha propuesto el vuelo de Lévy como modelo estocástico para la simulación de la distribución de tamaños de dolinas y su localización geográfica. En este caso es posible que el control hidrogeológico, donde las áreas con mayor densidad de dolinas son las zonas de recarga de los principales manantiales kársticos, sea la característica clave para que se genere un patrón espacial similar al de un vuelo de Lévy. Más investigación y estudios son necesarios para avanzar en nuestro conocimiento en esta línea de trabajo en relación a la geomorfología cuantitativa.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto de investigación KARSTCLIMA CGL2015-71510-R del Ministerio de Economía y Competitividad. Agradecemos a la Dirección del Parque Natural de la Sierra de las Nieves las facilidades prestadas para llevar a cabo la investigación. Quisiéramos expresar nuestro agradecimiento a Antonio Martínez-Graña y un revisor anónimo por la revisión crítica de este trabajo y por las sugerencias ofrecidas que han permitido mejorar la versión final del mismo.

Bibliografía

- Ballut, C.; Faivre, S. (2012). New data on the dolines of Velebit Mountain: an evaluation of their sedimentary archive potencial in the reconstruction of landscape evolution. *Acta Carsologica*, 41 (1), 59-74.
- Clauset, A.; Shalizi, C. R.; Newman, M. E. J. (2009). Power-Law Distributions in Empirical Data. *SIAM Review*, 51 (4), 661-703. <http://dx.doi.org/10.1137/070710111>
- Faivre, S.; Reiffsteck P. (1999). Spatial distribution of dolines as an indicator of recent deformations on the Velebit mountain range (Croatia)/ La répartition spatiale des dolines comme indicateur de contraintes tectoniques. *Montagne de Velebit (Croatie). Géomorphologie: relief, processus, environnement*, 5, 129-142. <http://dx.doi.org/10.3406/morfo.1999.983>
- Felicísimo Pérez, A. M. (1994). *Modelos digitales del terreno*. Pentalfa Ediciones, Oviedo, 222 pp.
- Ford, D.; Williams, P. (2007). *Karst hydrogeology and geomorphology*. Wiley, Chichester, 562 pp. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118684986>
- Gao, Y.; Alexander, E.C.; Barnes, R. J. (2005). Karst database implementation in Minnesota: analysis of sinkhole distribution. *Environmental Geology*, 47, 1083-1098. <http://dx.doi.org/10.1007/s00254-005-1241-2>
- Jenson, S. K.; Domingue J. O. (1988). Extracting topographic structure from digital elevation data for Geographic Information System analysis. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54, 1593-1600.
- Liñán-Baena, C. (2005). *Hidrogeología de acuíferos carbonatados en la unidad Yunquera-Nieves (Málaga)*. Publicaciones del Instituto Geológico y Minero de España. Serie: Hidrogeología y Aguas Subterráneas 16, Madrid, 322 pp.
- Mandelbrot, B.B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, New York, 468 pp.
- Mitzenmacher, M. (2004). A brief history of generative models for power law and lognormal distributions. *Internet Mathematics*, 1 (2), 226-251. <http://dx.doi.org/10.1080/15427951.2004.10129088>
- Pardo-Igúzquiza, E.; Durán-Valsero, J.J.; Rodríguez-Galiano, V. (2011). Morphometric analysis of three-dimensional networks of karst conduits. *Geomorphology*, 132, 17-28. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geomorph.2011.04.030>
- Pardo-Igúzquiza E.; Durán J.J.; Dowd P.A. (2013). Automatic detection and delineation of karst terrain depressions and its application in geomorphological mapping and morphometric analysis. *Acta Carsologica* 42/1, 17-24. <http://dx.doi.org/10.3986/ac.v42i1.637>
- Pardo-Igúzquiza, E.; Durán, J.J.; Robledo, P.A.; Guardiola, C.; Luque J.A.; Martos, S. (2014a). Fractal Modelling of Karst Conduits. In: *Mathematics of Planet Earth* (E. Pardo-Igúzquiza, C. Guardiola-Albert, J. Heredia, L. Moreno-Merino, J.J. Durán, J.A. Vargas-Guzmán, eds.). Springer-Verlag, Berlin, Lecture Notes in Earth System Sciences, 217-220.
- Pardo-Igúzquiza, E.; Durán, J.J.; Robledo, P. A. (2014b). El paleo-polje de la Nava: evolución de un karst poligonal sometido a basculamiento tectónico y capturas fluviales. In *Avances de la Geomorfología en España 2012-2014*. Editores: Susanne Schnabel y Álvaro Gómez Gutiérrez, Sociedad Española de Geomorfología. Volumen 1, 462-465.
- Pedraza, A.; Luque-Espinar, J.A.; Martos-Rosillo, S.; Pardo-Igúzquiza, E.; Durán-Valsero, J.J.; Martínez-Moreno, F.; Guardiola-Albert, C. (2015). Structural controls on karstic conduits in a collisional orogen (Sierra de las Nieves, Betic Cordillera, S Spain), *Geomorphology*, 238, 15-26. <http://dx.doi.org/10.1016/j.geomorph.2015.02.008>
- Pickering G.; Bul J.M.; Sanderson, D.J. (1999). Fault populations and their relationship to the scaling of surface roughness. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 104 (B2) 2691-2701. <http://dx.doi.org/10.1029/98JB02788>
- Sauro U. (2003). Dolines and sinkholes: aspects of evolution and problems of classification. *Acta Carsologica* 32: 41-52.
- Seekell, D.A.; Pace, M.L.; Tranvik, L.J.; Verpoorter, C. (2013). A fractal-based approach to lake size-distributions. *Geophysical Research Letters*, 40, 1-5. <http://dx.doi.org/10.1002/grl.50139>

Telbisz, T.; Dragušica, H.; Nagy, B. (2009). Doline Morphometric Analysis and Karst Morphology of Biokovo Mt. (Croatia) based on Field Observations and Digital Terrain Analysis.- *Croatian Geographical Bulletin*, 71,2, 2–22.

Telbisz, T.; Mari, L.; Szabó, L. (2011). Geomorphological characteristics of the Italian side

of Canin massif (Julian Alps) using digital terrain analysis and field observations. *Acta Carologica*, 40 (2), 255-266. <http://dx.doi.org/10.3986/ac.v40i2.10>

Victorov, A.S. (2016). A model of karst systems of the Usturt plateau (Middle Asia). *Boletín Geológico y Minero*, 127 (1): 237-247

